

# Determinação da Correspondência entre Objectos

## utilizando Modelação Física

João Manuel R. S. Tavares

J. Barbosa

A. Jorge Padilha

FEUP - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

INEB - Instituto de Engenharia Biomédica

Praça Coronel Pacheco, nº 1, 4050 - 453 PORTO

{tavares, jbarbosa, padilha}@fe.up.pt

*Accepto muito mais  
reestruturado!*

### Sumário

Nesta comunicação é apresentada uma abordagem baseada em modelação física por intermédio de elementos finitos e na análise modal dos sistemas modelados, para a determinação da correspondência entre objectos, rígidos e não rígidos, em Visão por Computador.

Com a abordagem apresentada é possível determinar as correspondências entre duas imagens distintas, em 2D ou em 3D, e também estimar os deslocamentos nodais entre as imagens e calcular a energia de deformação.

Esta energia de deformação pode ser utilizada na determinação da similaridade existente entre objectos.

### Palavras chaves

Visão por Computador, Computação Gráfica, Método dos elementos finitos, Análise modal, Modelos Deformáveis, Emparelhamento.

## 1. INTRODUÇÃO

Um dos problemas principais da visão por computador é o cálculo de descritores canónicos robustos para o reconhecimento de objectos 2D/3D, rígidos e não rígidos, e para a determinação da correspondência entre objectos em diferentes imagens.

Neste trabalho é apresentada uma metodologia por nós adaptada para resolução desse problema, inicialmente proposta por Sclaroff [Sclaroff95, Sclaroff95a, Tavares98].

Um diagrama do método está representado na Figura 1. Para cada imagem consideram-se as localizações dos seus dados pontuais (*pixels* ou nós do modelo)  $X = [X_1 \dots X_m]$  que se utilizam como nodos na construção, para o objecto, de um modelo de elementos finitos de material elástico.

De seguida são determinados os modos próprios  $\{\phi\}$ , do modelo finito. Estes modos proporcionam uma descrição ortogonal, ordenada pela frequência, do objecto e das suas deformações naturais. Tais vectores são, por vezes, designados por vectores de forma para cada modo [Kelly93], pois descrevem como cada modo deforma o objecto por alteração das localizações originais dos dados; por exemplo:

$$X_{\text{deformado}} = X + a\{\phi\}, \quad (1)$$

Os três primeiros modos, em problemas bidimensionais, ou os seis primeiros modos, em problemas tridimensionais, são os modos de corpo rígido (translação, rotação); os restantes são os modos não rígidos [Kelly93, Bathe96].

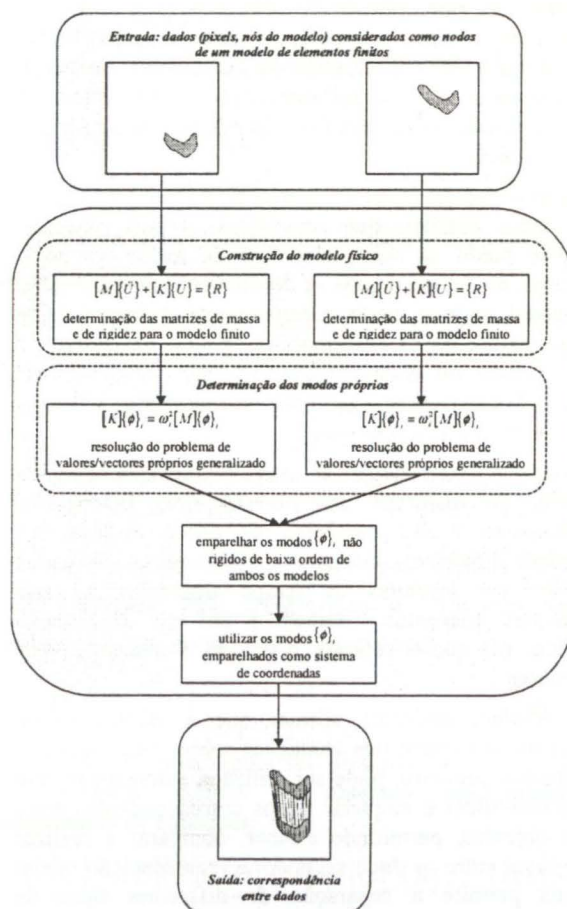


Figura 1 - Diagrama da metodologia adoptada.

No geral, modos de baixa frequência descrevem

deformações globais, enquanto modos de mais elevada frequência descrevem essencialmente as deformações localizadas. Este ordenamento do global para o local é bastante útil na comparação e no emparelhamento de objectos.

Os modos próprios também formam um sistema de coordenadas ortogonal e centrado no objecto para descrição da localização dos dados pontuais. Isto é, a localização de cada dado pontual pode ser descrita de forma única, em termos da forma como se move segundo cada modo próprio.

A transformação entre as localizações no sistema cartesiano e no sistema modal é conseguida pela utilização dos vectores próprios do modelo finito como uma base coordenada. Dois grupos de dados, correspondentes, por exemplo, a imagens sucessivas de um objecto em deformação, são comparados neste espaço próprio. A ideia principal é que os modos de baixa ordem para dois objectos similares irão ser bastante próximos mesmo na presença de deformações afins<sup>1</sup>, de deformações não rígidas, de perturbações locais da forma ou de ruído.

Utilizando esta propriedade, a correspondência entre dados é determinada por emparelhamento modal. Assim a correspondência entre dois objectos pode ser determinada por comparação das suas trajectórias no espaço modal. Dados cujo emparelhamento apresente um elevado grau de confiança são obtidos por este processo; os deslocamentos dos restantes dados serão estimados pela utilização do modelo físico que impõe uma restrição de suavização.

Finalmente, determinada a correspondência entre muitos dos dados pontuais que constituem os dois objectos, pode-se medir as suas diferenças de forma. Como o processo modal decompõe as deformações num conjunto ortogonal, pode-se medir selectivamente as diferenças de corpo rígido, ou as deformações do tipo projectivo de baixa ordem, ou as deformações que são principalmente locais. Consequentemente, pode-se reconhecer objectos duma maneira flexível e geral.

Alternativamente, dadas as correspondências, pode-se alinhar ou distorcer um objecto num outro. Tal alinhamento é útil na fusão de dados obtidos por sensores diferentes, ou para a comparação de dados obtidos em instantes de tempo diferentes ou sob condições diferentes. Também é útil em computação gráfica, em que a referida distorção é designada por *morphing*.

Em resumo, podemos afirmar que a técnica modal apresentada oferece três vantagens sobre outras técnicas existentes: primeiro, pode ser utilizada automaticamente para identificar e etiquetar dados correspondentes entre dois objectos, permitindo alinhar, comparar e realizar *morphing* entre os dois; segundo, a representação modal obtida permite a separação de diferentes tipos de deformação; por último, os parâmetros de deformação

correspondem qualitativamente aos que, comumente, se aceita serem utilizados pelos humanos e, desta forma, podem ser utilizados para animação e para busca em bases de dados [Sclaroff95].

Além do mais, deve-se ter em conta que a representação modal é suportada pelas teorias defendidas por biólogos, envolvidos no estudo da morfologia dos esqueletos e das formas dos animais, segundo as quais as formas de espécies diferentes estão relacionadas entre si por deformações [Sclaroff95]. Estudos recentes também utilizam as deformações modais para a descrição do crescimento de órgãos de animais e para a correspondência entre órgãos do mesmo tipo [Martin98, Syn95, Syn95a].

Quando o número de dados a ter em conta é muito elevado, a obtenção dos modos próprios pode ser um processo bastante custoso em termos computacionais; tal pode-se traduzir numa desvantagem do método apresentado para aplicações em tempo real. Para resolver este problema pode-se utilizar modelos multi-resolução [Sclaroff95, Sclaroff95a, Tavares98]; contudo, para uma classe particular de objectos similares os modos podem ser predeterminados e generalizados [Pentland91]. Em alguns casos, para topologias do tipo tubo e esfera, Nastar, em [Nastar94], demonstra que os modos de deformação podem ser determinados analiticamente.

Esta comunicação está organizada do seguinte modo: em primeiro lugar, é feita uma introdução breve ao método dos elementos finitos; no ponto seguinte é apresentada uma introdução à análise modal, após a qual é descrita a metodologia para a determinação das correspondências entre os nodos que constituem dois modelos de elementos finitos; a seguir, é apresentada a solução adoptada para determinar os deslocamentos nodais e modais e é formulada a energia de deformação; na secção 6, são apresentadas as modelações pontuais utilizadas, para elementos do tipo contorno e para elementos superficiais; após esta descrição, são apresentados alguns resultados experimentais e, por último, são apresentadas algumas conclusões finais e perspectivas de desenvolvimentos futuros.

## 2. INTRODUÇÃO AO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Utilizando o método de Galerkin [Bathe96, Tavares98a] para a discretização de um objecto por elementos finitos<sup>2</sup>, pode ser estabelecido um sistema de funções de forma que relacionam o deslocamento de um ponto no interior de cada elemento com os deslocamentos dos seus nodos. Utilizando estas funções, torna-se possível determinar as deformações distribuídas uniformemente

<sup>2</sup> Desde a primeira utilização do método dos elementos finitos por Pentland em 1989 [Pentland89] no domínio da visão por computador, este tem vindo a generalizar-se às suas diferentes áreas, nomeadamente na análise de movimento rígido e não rígido, na obtenção de estruturas, na análise de faces, na análise de objectos deformáveis, na representação de imagens, em correspondência de imagens com modelos, e na descrição de objectos.

<sup>1</sup> Ver, por exemplo, [Tavares95].

nos elementos utilizados na modelação, em função dos parâmetros para o material considerado.

Em muitas aplicações é necessário determinar a deformação resultante. A deformação  $\varepsilon$  é definida como a variação relativa do deslocamento com o comprimento actual ou simplesmente a variação do comprimento. Funções de forma polinomiais podem ser utilizadas para calcular a deformação de um elemento finito  $m$  desde que sejam conhecidos os seus deslocamentos nodais  $\{U^{(m)}\}$ . Utilizando este facto, as deformações correspondentes para o elemento podem ser definidas como:

$$\{\varepsilon^{(m)}(x)\} = [B^{(m)}(x)]\{U^{(m)}\} \quad (2)$$

onde  $[B^{(m)}(x)]$  é a matriz de deformação. As linhas desta matriz são obtidas por apropriada derivação e combinação dos elementos da matriz de interpolação  $[N^{(m)}(x)]$ .

As matrizes de massa  $[M^{(m)}]$  e de rigidez  $[K^{(m)}]$  para um elemento finito  $m$  são definidas como:

$$[M^{(m)}] = \int_{V^{(m)}} \rho^{(m)} [N^{(m)}]^T [N^{(m)}] dV^{(m)} \quad (3)$$

e

$$[K^{(m)}] = \int_{V^{(m)}} [B^{(m)}]^T [C] [B^{(m)}] dV^{(m)} \quad (4)$$

onde  $\rho^{(m)}$  é a densidade do material,  $[C]$  é a matriz que relaciona as tensões com as deformações para o material [Bathe96, Tavares98a] e  $V^{(m)}$  é o volume do elemento.

A matriz de amortecimento  $[D^{(m)}]$  para o elemento  $m$  é definida como:

$$[D^{(m)}] = \int_{V^{(m)}} \kappa^{(m)} [N^{(m)}]^T [N^{(m)}] dV^{(m)} \quad (5)$$

onde  $\kappa^{(m)}$  é o parâmetro de amortecimento.

Determinando-se para cada elemento  $m$  as matrizes de massa  $[M^{(m)}]$ , de rigidez  $[K^{(m)}]$  e de amortecimento  $[D^{(m)}]$ , relativamente a um referencial de coordenadas comum, pode-se obter as equações de equilíbrio dinâmico para o objecto modelado:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [D]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{R\} \quad (6)$$

onde  $\{R\}$  é o vector das cargas aplicadas, por exemplo as forças elásticas entre cada nodo e a superfície do objecto. As matrizes globais do objecto são determinadas utilizando-se o método directo de rigidez [Bathe96, Tavares98a]:

$$[M] = \sum_m [M^{(m)}], \quad (7)$$

$$[K] = \sum_m [K^{(m)}], \quad (8)$$

$$[D] = \sum_m [D^{(m)}]. \quad (9)$$

Na prática é difícil, se não impossível, determinar o parâmetro de amortecimento  $\kappa$ , particularmente porque as propriedades de amortecimento são dependentes da frequência. Por esta razão, a matriz  $[D]$  é geralmente construída utilizando-se as matrizes de massa e de rigidez conjuntamente com resultados experimentais do valor de amortecimento [Bathe96, Tavares98a].

### 3. INTRODUÇÃO À ANÁLISE MODAL

O sistema de equações do equilíbrio dinâmico do modelo finito, equação (6), pode ser desacoplado impondo as equações numa base definida pelos vectores próprios ortonormais de  $[M]^{-1}[K]$ . Estes vectores próprios e os respectivos valores próprios são a solução  $(\{\phi\}, \omega_i^2)$  do problema de valores próprios generalizado:

$$[K]\{\phi\}_i = \omega_i^2 [M]\{\phi\}_i, \quad (10)$$

O vector  $\{\phi\}_i$  é designado por vector de forma para o modo  $i$  e  $\omega_i$  é a correspondente frequência de vibração.

Os vectores de forma podem ser interpretados como uma descrição dos eixos não lineares generalizados de simetria do modelo. A equação (10) pode ser escrita como:

$$[K][\Phi] = [M][\Phi][\Omega] \quad (11)$$

onde  $[\Phi]$  é a matriz constituída pelos vectores de forma e  $[\Omega]$  é uma matriz diagonal constituída pelos quadrados das frequências de vibração.

Como já foi referido, cada vector próprio  $\{\phi\}_i$  é determinado por forma a verificar:

$$[\Phi]^T [M][\Phi] = [I] \quad (12)$$

e

$$[\Phi]^T [K][\Phi] = [\Omega]. \quad (13)$$

Esta transformação de coordenadas generalizada  $[\Phi]$  é então utilizada para transformar os deslocamentos modais  $\{\tilde{U}\}$  nos nodais  $\{U\}$  e vice-versa:

$$\{U\} = [\Phi]\{\tilde{U}\}. \quad (14)$$

A equação (6) pode agora ser reescrita em termos dos deslocamentos modais e obtemos um sistema desacoplado de equações:

$$\{\ddot{\tilde{U}}\}_i + [\tilde{D}]\{\dot{\tilde{U}}\}_i + [\Omega]\{\tilde{U}\}_i = [\Phi]^T \{R\}. \quad (15)$$

As equações desacopladas podem ser facilmente resolvidas, obtendo-se uma solução para o problema de equilíbrio dinâmico [Pentland91]. Formulando-se a

solução de equilíbrio em duas imagens, a correspondência pontual pode ser obtida directamente.

Desprezando-se os modos associados às altas frequências, o esforço computacional pode ser reduzido sem degradação significativa da qualidade da correspondência obtida. Além do mais, tal conjunto de amplitudes modais fornece uma descrição canónica robusta da forma em termos da deformação aplicada ao objecto elástico original. Tal permite a sua utilização directa para o reconhecimento de objectos [Sclaroff95, Sclaroff95a, Tavares98, Martin98, Syn95, Syn95a, Pentland91].

#### 4. DETERMINAÇÃO DOS EMPARELHAMENTOS

Para se determinar os emparelhamentos entre os nodos que constituem dois modelos de elementos finitos deve-se, em primeiro lugar, determinar as matrizes de massa e de rigidez para cada um. De seguida, determinam-se os valores  $\omega_i$  e vectores  $\{\phi\}_i$ , próprios de cada elemento finito, equação (11); sendo  $m$  o número de nodos do modelo a considerar, para um modelo 2D, resulta (com os modos de vibração ordenados de forma crescente em termos das frequências de vibração):

$$[\Omega] = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & \\ & \ddots & \\ & & \omega_{2m}^2 \end{bmatrix},$$

e

$$[\Phi] = [\{\phi\}_1 \quad \dots \quad \{\phi\}_{2m}] = \begin{bmatrix} \{u\}_1^T \\ \vdots \\ \{u\}_m^T \\ \{v\}_1^T \\ \vdots \\ \{v\}_m^T \end{bmatrix}.$$

O vector coluna  $\{\phi\}_i$  descreve o deslocamento modal  $(u,v)$  para cada nodo do modelo devido ao modo de vibração  $i$ ; os vectores linha  $\{u\}_i$  e  $\{v\}_i$ , são designados por vectores característica  $i$  e, em conjunto, descrevem a localização do nodo  $i$  no sistema de coordenadas modal.

Construídas as matrizes modais  $[\Phi]_1$  e  $[\Phi]_2$  para os dois modelos, com respectivamente  $m$  e  $n$  nodos, as correspondências podem ser estabelecidas comparando os vectores de forma para os dois conjuntos de nodos 2D; cada ponto nodal será caracterizado pela sua participação relativa nos vários modos próprios:

$$[Z_{ij}] = \|\{u\}_{1,i} - \{u\}_{2,j}\|^2 + \|\{v\}_{1,i} - \{v\}_{2,j}\|^2 \quad (16)$$

Os melhores emparelhamentos são indicados pelos elementos que são mínimos na sua linha e na sua coluna: ao nodo  $i$  na imagem 1 corresponde o nodo  $j$  na imagem 2 e a este o nodo  $i$  na imagem 1. Deverão

apenas ser considerados os emparelhamentos que apresentem um valor de afinidade inferior a um dado limiar, obtendo-se assim apenas correspondências com elevada confiança.

Na construção da matriz de afinidades  $[Z]$  deverão ser tidas em conta as seguintes considerações:

- devido aos elementos terem, possivelmente, diferente número de nodos ( $m$  e  $n$ ) o número de modos será diferente. A solução passa pela truncagem dos  $|m-n|$  modos menos significativos do modelo com mais nodos, onde os menos significativos são indicados pelas frequências mais elevadas. Desta forma as matrizes modais terão  $k$  colunas<sup>3</sup> (ou modos), onde  $k = \min\{m, n\}$ .
- o sinal de cada vector próprio não é único pois invertendo a sua direcção não se viola a ortonormalidade da base; assim é necessário que ambos os conjuntos de eixos tenham direcções consistentes pois deseja-se comparar directamente os vectores característica. Consequentemente torna-se necessário utilizar um procedimento de correcção do sinal. Uma solução [Sclaroff95, Sclaroff95a, Shapiro91, Tavares97, Tavares98] passa pela consideração de  $[\Phi]_1$  como base de referência e proceder à orientação de cada eixo de  $[\Phi]_2$ , um de cada vez, escolhendo para cada um a direcção que maximiza o alinhamento.
- quando o sinal de um vector de  $[\Phi]_2$  é indiferente no alinhamento, tal traduz a existência de uma simetria de reflexão e o respectivo sinal deve ser determinado de acordo com a deformação existente [Sclaroff95, Sclaroff95a, Shapiro91, Tavares97, Tavares98].
- por vezes alguns modos apresentam frequências de vibração praticamente iguais o que implicaria um emparelhamento no sub espaço modal; para evitar tal emparelhamento, estes modos são retirados da respectiva base modal<sup>4</sup> [Sclaroff95, Sclaroff95a, Shapiro91, Tavares97].
- quando não se pretender considerar a transformação rígida existente entre os dois objectos não se deve utilizar os modos rígidos.

Em casos de amostragem grosseira ou de elevada deformação a ordem dos modos pode variar significativamente. Em tais casos um procedimento

<sup>3</sup> Em realizações práticas poderão ser utilizados menos de  $k$  modos, conseguindo-se assim uma maior imunidade ao ruído e uma menor sensibilidade às deformações locais, por analogia com a transformada de Fourier. (Com este procedimento são desprezadas as componentes dos vectores característica ao longo dos eixos modais menos importantes.)

<sup>4</sup> Tais modos são especialmente associados às baixas frequências de elementos com forma simétrica e de elementos com formas cuja variação de aspecto é quase unitária.

adicional será necessário, no qual vizinhos com valores de afinidade similares deverão ser comparados de forma a determinar-se os melhores emparelhamentos possíveis.

## 5. DETERMINAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS NODAIS E DA ENERGIA DE DEFORMAÇÃO

Uma vantagem da modelação pelo método dos elementos finitos é que os modos próprios calculados para a determinação da correspondência podem também ser utilizados para descrever as deformações rígidas e não rígidas necessárias para alinhar um objecto com um outro. Desde que esta descrição modal esteja calculada, pode ser realizada a comparação entre objectos pela observação das amplitudes modais ou - como o modelo utilizado é um modelo físico - pode ser calculada e comparada a energia de deformação necessária para alinhar um objecto e utilizar esta energia como medida de similaridade. Se os deslocamentos modais, ou a energia de deformação, para alinhar dois conjuntos de dados forem relativamente pequenos, então os objectos em questão são similares.

Em certas aplicações podem ser desejáveis comparações independentes da rotação, da posição e/ou da escala. Para se obter tal comparação ignoram-se os deslocamentos de baixa ordem, ou modos de corpo rígido, e assim desprezam-se as diferenças de posição, orientação e escala. Por outro lado, não considerar os modos de elevada ordem, pode tornar as comparações mais robustas ao ruído e às variações locais. Tal procedimento de selecção modal também é útil para a compressão dos dados que definem um objecto, pois desta forma é possível descrever a derivação deste em relação a um protótipo em poucos modos. Contudo, antes de ser possível comparar dois conjuntos de dados, é necessário, em primeiro lugar, determinar as deformações modais  $\{\tilde{U}\}$  que transformam os dados emparelhados de um objecto nas posições correspondentes no outro objecto.

### 5.1. Determinação dos Deslocamentos

Desde que as matrizes modais  $[\Phi]_1$  e  $[\Phi]_2$  estejam calculadas e as correspondências estejam determinadas pode-se obter os deslocamentos modais de forma directa. Tal é conseguido notando que os deslocamentos nodais  $\{U\}$ , que alinham os correspondentes dados de ambos os modelos, podem ser escritos como:

$$\{u\}_i = \{x\}_{1,i} - \{x\}_{2,i} \quad (17)$$

onde  $\{x\}_{1,i}$  representa o nodo  $i$  no primeiro modelo e  $\{x\}_{2,i}$  o nodo com o qual foi emparelhado no segundo modelo.

Relembrando que  $\{U\} = [\Phi]\{\tilde{U}\}$ , e utilizando a identidade das equações (12) e (13), obtemos:

$$\{\tilde{U}\} = [\Phi]^{-1}\{U\} = [\Phi]^T[M]\{U\} \quad (18)$$

Normalmente não existe uma correspondência de um

para um entre os dados dos dois modelos. Mas, adicionando uma restrição de minimização da energia de deformação pode-se estimar os deslocamentos de acordo com as propriedades do material utilizado na modelação [Sclaroff95, Sclaroff95a, Tavares98].

A energia de deformação pode ser obtida directamente a partir dos deslocamentos modais e engloba uma penalidade proporcional ao quadrado da frequência de cada nodo:

$$E_s = \frac{1}{2} \{\tilde{U}\}^T [\Omega] \{\tilde{U}\}. \quad (19)$$

Formulando uma solução por mínimos quadráticos restringida, na qual se minimiza o erro de alinhamento que inclui o termo da energia de deformação, obtemos:

$$E = \underbrace{\{U\} - [\Phi]\{\tilde{U}\}}_{\text{erro de ajuste quadrático}} + \lambda \underbrace{\{\tilde{U}\}^T [\Omega] \{\tilde{U}\}}_{\text{energia de deformação}} \quad (20)$$

onde  $\lambda$  é o parâmetro de Lamé para o material considerado.

Diferenciando a equação (20) em relação ao vector dos parâmetros modais resulta a equação de minimização da deformação por mínimos quadráticos:

$$\{\tilde{U}\} = \left[ [\Phi]^T [W]^2 [\Phi] + \lambda [\Omega] \right]^{-1} [\Phi]^T [W]^2 \{U\} \quad (21)$$

onde  $[W]$  é uma matriz diagonal cujos elementos são inversamente proporcionais à medida de afinidade para o emparelhamento do respectivo nodo:  $w_i = 1/(1+z_i)$ . O vector dos deslocamentos nodais  $\{U\}$  é determinado através dos emparelhamentos obtidos, pela equação (17).

Desta forma pode-se explorar as características do modelo físico utilizado de forma a incluir certas restrições geométricas numa solução pelo método dos mínimos quadrados. A medida da energia de deformação permite a incorporação de algum conhecimento prévio acerca do esticamento admissível para o objecto, do quanto este é resistente à compressão, etc. Utilizando este conhecimento, pode-se prever com razoabilidade os deslocamentos para os nodos não emparelhados.

Este procedimento de minimização da energia de deformação é idêntico ao utilizado no domínio dos contornos activos: o modelo físico é utilizado como restrição de suavização [Sclaroff95, Kass88].

### 5.2. Comparação de Objectos

Desde que as amplitudes dos modos tenham sido determinadas pode-se calcular a energia de deformação utilizando estas deformações na equação (19). Esta energia pode ser utilizada como medida de similaridade. Em certos casos também pode ser desejável comparar a energia de deformação num subconjunto de modos, considerados como importantes na medição da similaridade, ou então a energia associada a cada modo. A energia de deformação associada ao modo  $i$  é simplesmente:

$$E_s = \frac{1}{2} \hat{u}_i^2 \omega_i^2. \quad (22)$$

## 6. OS MODELOS PONTUAIS UTILIZADOS

### 6.1. Para Contornos

Para determinar as correspondências e a energia de deformação entre dois contornos em imagens distintas foram utilizadas dois tipos de modelação:

- No primeiro, é utilizado um único elemento finito isoparamétrico 2D de Sclaroff [Sclaroff95, Sclaroff95a, Tavares98] para modelar cada um dos contornos. Este tipo de elemento é baseado em funções de forma de base Gaussianas:

$$g(X_i) = e^{-\|X - X_i\|^2 / (2\sigma^2)}$$

onde  $X_i$  é o centro de dimensão  $n$  da função Gaussiana e  $\sigma$  é o desvio padrão para controlo da interacção entre nodos. Deve-se notar que na construção deste tipo de elemento não é necessária a existência de ordem nos nodos.

Em [Sclaroff95, Sclaroff95a, Tavares98] está descrito como são determinadas as matrizes de massa e de rigidez para este tipo de elemento 2D.

- No segundo, foram utilizados elementos finitos 2D do tipo axial e linear de forma a construir cada um dos contornos, Figura 2. Obviamente que neste tipo de discretização torna-se necessária a existência de ordem nos nodos que constituem cada contorno.

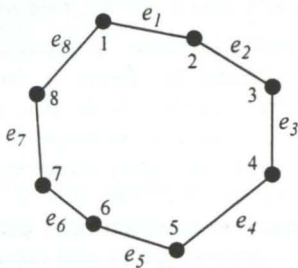


Figura 2 - Modelação de um contorno por intermédio de um conjunto  $e_i$  de elementos finitos do tipo axial.

Em [Tavares98a, Tavares98b] está descrito como são definidas as matrizes de massa e de rigidez de cada um dos elementos axiais utilizados na modelação e do sistema global resultante.

Na determinação dos *pixels* que constituem cada contorno são utilizadas técnicas *standard* de análise e processamento de imagem<sup>5</sup>; nomeadamente: binarização, detecção de orlas, detecção e seguimento de linhas com histerese, etc. A título de exemplo, é possível observar-se na Figura 4 e na Figura 5 a determinação dos

contornos existentes na Figura 3.

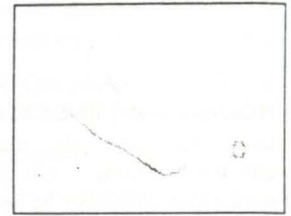
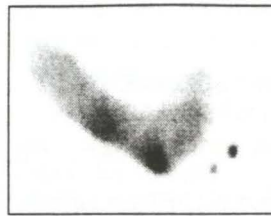


Figura 3 - Imagem (negada) na qual se pretende determinar os contornos. Figura 4 - Imagem resultante (negada) da aplicação de um detector de orlas.

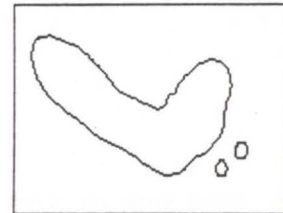


Figura 5 - Contornos obtidos após aplicação de um algoritmo de detecção e seguimento de linhas com histerese.

### 6.2. Para Superfícies

Para determinar as correspondências e a energia de deformação entre duas superfícies distintas foram também utilizados dois tipos de modelação:

- No primeiro é utilizado um único elemento finito isoparamétrico 3D de Sclaroff [Sclaroff95, Sclaroff95a, Tavares98] para modelar cada uma das superfícies. Mais uma vez, deve-se notar que na construção deste tipo de elemento não é necessária a existência de ordem nos nodos. Em [Sclaroff95, Tavares98] está descrito como são determinadas as matrizes de massa e de rigidez para este tipo de elemento isoparamétrico 3D.
- No segundo, foram utilizados elementos finitos 3D do tipo axial e linear de forma a construir cada uma das superfícies, Figura 6. Obviamente que neste tipo de discretização torna-se necessária a existência de ordem nos nodos que constituem cada uma das superfícies. Em [Tavares98a, Tavares98b] está descrito como são definidas as matrizes de massa e de rigidez de cada um dos elementos axiais 3D utilizados na modelação e do sistema global resultante.

A abordagem utilizada para a determinação em cada imagem dos nodos que constituem cada superfície pode ser descrita do seguinte modo:

- “removem-se” os *pixels* considerados como ruído e aplica-se um filtro Gaussiano de forma a suavizar a imagem, Figura 7;
- determina-se o rectângulo que circunscreve o objecto a modelar e realiza-se uma amostragem desse rectângulo, Figura 8;

<sup>5</sup> Ver, por exemplo, [Tavares95, Schalkoff89].

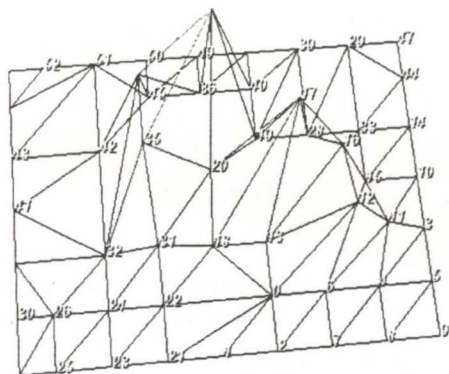


Figura 6 - Modelação de uma superfície por intermédio de um conjunto de elementos finitos 3D do tipo axial. Cada nodo está ligado aos seus vizinhos por intermédio de elementos axiais.

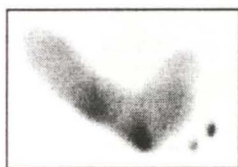


Figura 7 - Imagem (negada) após remoção do ruído e aplicação de um filtro Gaussiano.

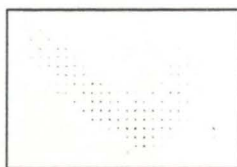


Figura 8 - Amostragem do objecto (imagem negada).

3. realiza-se a triangulação dos pontos amostrados através do algoritmo 2D de Delaunay<sup>6</sup> e considera-se o nível de brilho de cada ponto como a coordenada  $z$  do mesmo<sup>7</sup>, Figura 9;

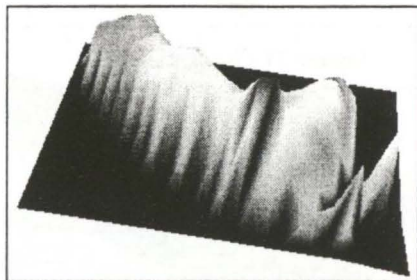


Figura 9 - Triangulação resultante (469 nodos).

4. realiza-se uma simplificação da malha triangular utilizando-se um algoritmo de decimação<sup>6</sup>, diminuindo-se assim o número de nodos a considerar e reduzindo-se os custos computacionais, Figura 10;



Figura 10 - Malha resultante após simplificação (259 nodos).

5. realiza-se uma suavização da malha, utilizando-se um algoritmo que ajusta a posição dos nodos através de uma suavização Laplaciana<sup>6</sup>, reduzindo-se assim o ruído associado às altas frequências, Figura 11.

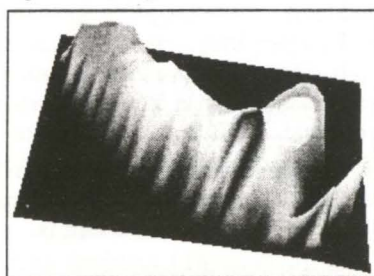


Figura 11 - Malha resultante após suavização.

## 7. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A metodologia apresentada nesta comunicação foi implementada em *Microsoft Visual C++*, em plataforma *Microsoft Windows 95/98/NT*, tendo-se integrado no sistema para o cálculo matricial a biblioteca em C++ *Newmat* [Davies97] e para a visualização 3D, triangulação, simplificação e suavização das malhas, o *VTK - The Visualization Toolkit* - [Schroeder96, Schroeder98, Schroeder99] em C++.

Neste ponto são apresentados alguns resultados experimentais obtidos com contornos e com superfícies.

### 7.1. Para Contornos

Consideremos o contorno constituído por 57 *pixels* representado na Figura 12, e o representado na Figura 13, resultante da aplicação de uma transformação geométrica rígida ao primeiro contorno, constituída por uma rotação de  $-15^\circ$  em torno da origem, uma translação segundo o eixo  $x$  de 50 e segundo o eixo  $y$  de 75 *pixels* e um escalonamento relativamente à origem de 0.75.

Utilizando-se a metodologia apresentada e modelando-se os contornos através de elementos finitos axiais lineares construídos por borracha, obtiveram-se 55 emparelhamentos com sucesso. Com as correspondências obtidas, e por meio de uma implementação do método de *quaternions* unitários, proposto por Horner [Horn87, Tavares97b], para determinação da transformação rígida existente, obteve-se uma translação segundo o eixo  $x$  de 49.9 e segundo o eixo  $y$  de 74.9 *pixels*, uma rotação de  $-14.9^\circ$  e um

<sup>6</sup> Ver, por exemplo, [Schroeder98, Schroeder99].

<sup>7</sup> Este tipo de modelação é adequado para os casos em que as imagens são obtidas em ambientes controlados e assim o brilho dos *pixels* está fortemente correlacionado com alguma característica importante dos objectos em questão [Cootes93, Cootes93a, Cootes94, Moghaddam96]. Por exemplo, no reconhecimento de faces, em imagens de pedobarografia (nas quais o nível de brilho está fortemente correlacionado com o nível de pressão) [Tavares97a], etc.

escalonamento de 0.75. Aplicando ao contorno 1 a rotação e a translação obtida obtemos<sup>8</sup> a Figura 14.

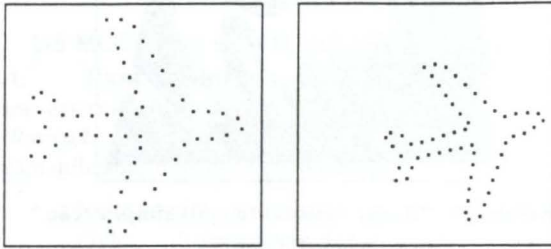


Figura 12 - Contorno 1. Figura 13 - Contorno 2.

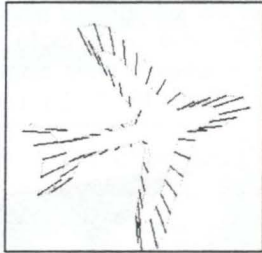


Figura 14 - Emparelhamentos obtidos entre os contornos 1 e 2 após aplicação ao contorno 1 da rotação e da translação obtida.

Consideremos agora o contorno constituído por 51 *pixels* representado na Figura 15 e o contorno constituído por 63 *pixels* representado na Figura 16. Utilizando-se a metodologia apresentada, modelando-se os contornos por intermédio de elementos isoparamétricos de Sclaroff construídos por borracha, obtiveram-se 25 emparelhamentos com sucesso, Figura 17. Após a determinação dos deslocamentos nodais e modais, aplicamos os mesmos ao contorno 3 resultando a Figura 18. O valor da energia de deformação obtido foi de 23.41.

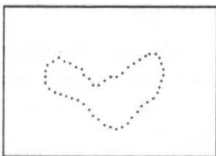


Figura 15 - Contorno 3.

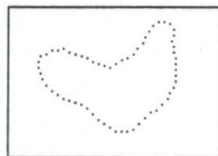


Figura 16 - Contorno 4.



Figura 17 - Emparelhamentos obtidos entre os contornos 3 e 4.



Figura 18 - ... após a aplicação ao contorno 3 dos deslocamentos obtidos.

Repetindo o processo para os contornos representados na Figura 15 e na Figura 19 (55 *pixels*), obtêm-se 33

emparelhamentos e uma energia de deformação de 6.33, traduzindo a maior proximidade entre estes contornos, como se observa na Figura 20.

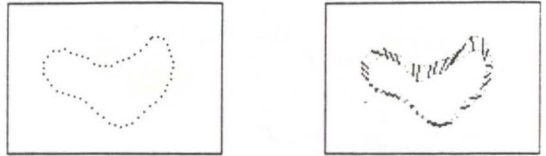


Figura 19 - Contorno 5. Figura 20 - Emparelhamentos obtidos entre os contornos 3 e 5.

## 7.2. Para Superfícies

Consideremos a superfície constituída por 54 nodos representada na Figura 21 e a representada na Figura 22, constituída por 55 nodos.

Utilizando-se a metodologia apresentada, e modelando-se as superfícies através de elementos finitos isoparamétricos de Sclaroff construídos por borracha, obtiveram-se 43 emparelhamentos com sucesso, Figura 23 e Figura 24. O valor da energia de deformação obtido foi igual a 460.97.

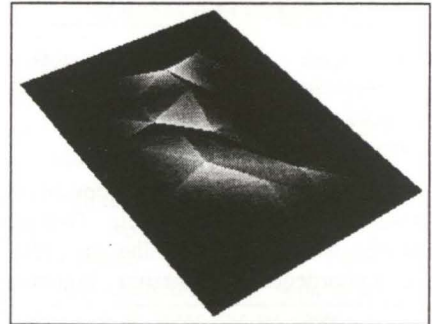


Figura 21 - Superfície 1.

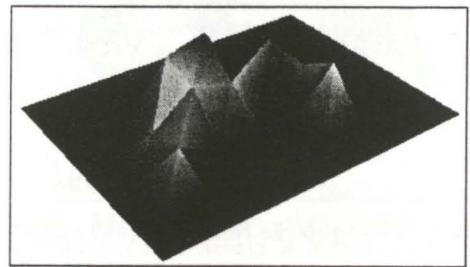


Figura 22 - Superfície 2.

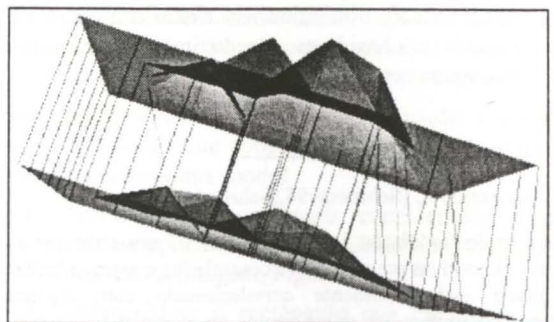


Figura 23 - Correspondências obtidas entre as superfícies 1 e 2.

<sup>8</sup> Nestas imagens os emparelhamentos aparecem representados por segmentos de recta e, para facilitar a análise dos resultados, os contornos estão com os seus *pixels* ligados entre si.



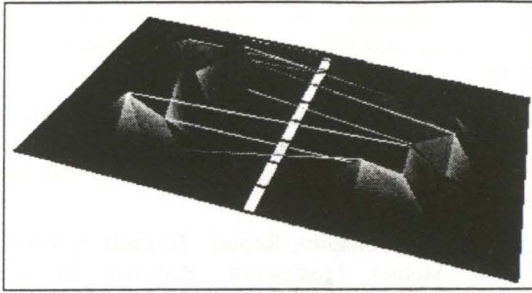


Figura 24 - Correspondências obtidas entre as superfícies 1 e 2 (outra vista).

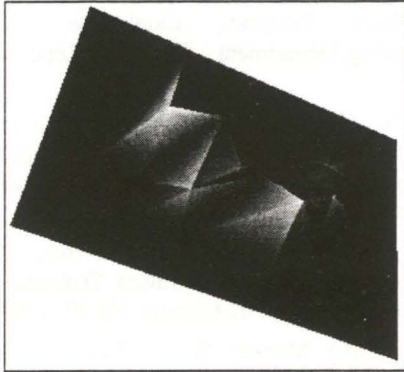


Figura 25 - Superfície 3.

Repetindo o processo para as superfícies representadas na Figura 25 (54 nodos) e na Figura 22, obtêm-se 47 emparelhamentos e uma energia de deformação de 143.57, traduzindo a maior proximidade entre estas superfícies, como se observa na Figura 26 e na Figura 27.

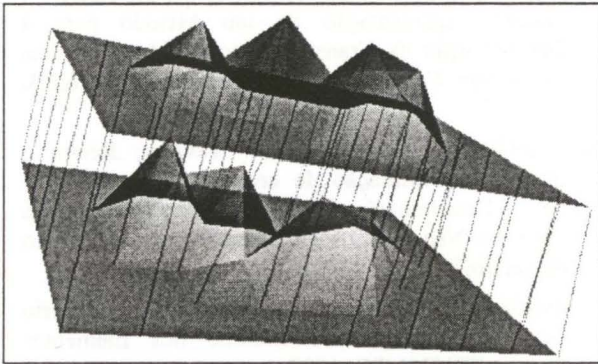


Figura 26 - Correspondências obtidas entre as superfícies 3 e 2.

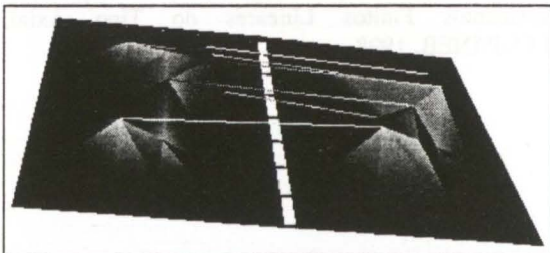


Figura 27 - Correspondências obtidas entre as superfícies 3 e 2 (outra vista).

## 8. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE TRABALHO FUTURO

Foi apresentada uma metodologia para a obtenção da correspondência entre objectos 2D e 3D, rígidos e não rígidos, no domínio da visão por computador. É utilizada uma modelação dos objectos por intermédio de elementos finitos, e análise modal para a definição do espaço modal de cada objecto, no qual são determinadas as correspondências. Para a estimação dos deslocamentos dos nodos não emparelhados foi apresentada uma formulação de minimização da energia de deformação, por mínimos quadrados, de forma que os deslocamentos são estimados de acordo com as propriedades do material adoptado na modelação.

A partir de alguns resultados experimentais obtidos pode-se confirmar que é possível obter-se resultados satisfatórios, quer para a determinação das correspondências, quer para a estimação dos deslocamentos dos nodos não emparelhados; a utilização da energia de deformação para a comparação de objectos do tipo contorno e superficial também se revela consistente com a similitude entre os objectos.

Na fase actual do trabalho, a metodologia apresentada está a ser testada em sequências de imagens de pedobarografia dinâmica [Tavares97a], para as quais o brilho de cada *pixel* está fortemente correlacionado com a pressão exercida; a utilização do brilho como a terceira coordenada de cada nodo revela-se bastante satisfatória nomeadamente na resolução dos casos nos quais os contornos iniciais se dividem ou se fundem. Uma versão paralelizada para ambiente *WPVM - Windows Parallel Virtual Machine* - está a ser desenvolvida sendo bastante encorajadores os resultados já obtidos relativamente ao aumento da velocidade de execução.

## 9. AGRADECIMENTOS

O trabalho descrito foi realizado no âmbito dos doutoramentos do primeiro e do segundo autor, que agradecem respectivamente as bolsas PRAXIS XXI BD/3243/94 e BD/2850/94 atribuídas pela JNICT, Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica.

## 10. REFERÊNCIAS

- [Bathe96] Klaus-Jürgen Bathe, Finite Element Procedures, Prentice Hall, 1996
- [Cootes93] T. F. Cootes, C. J. Taylor, Active Shape Model Search using Grey-Level Models: A Quantitive Evaluation, Proc. British Machine Vision Conference (Ed. J. Illingworth), BMVA Press, pp. 639/648, 1993
- [Cootes93a] T. F. Cootes, C. J. Taylor, A Unified Approach to Coding and Interpreting Face Images, Proc. British Machine Vision Conference (Ed. J. Illingworth), BMVA Press, pp. 639/648, 1993
- [Cootes94] T. F. Cootes, C. J. Taylor, Modelling Object Appearance Using The Grey-Level Surface, Proc. British Machine Vision Conference, pp. 479/488, 1994
- [Davies97] Robert Davies, Newmat, A matrix library in

- C++, 1997 - <http://webnz.co.nz/robert/>
- [Horn87] Berthold K. P. Horn, Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions, *Journal of the Optical Society of America A*, Vol. 4, 629/642, April 1987
- [Kass88] Michael Kass, Andrew Witkin, Demetri Terzopoulos, Snakes: Active Contour Models, *International Journal of Computer Vision*, 321-331, 1988
- [Kelly93] S. Graham Kelly, *Fundamentals of Mechanical Vibrations*, McGraw-Hill, 1993
- [Martin98] J. Martin, Alex Pentland, Stan Sclaroff, R. Kikinis, Characterization of Neuropathological Shape Deformations, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 20, N° 3, February 1998
- [Moghaddam96] Baback Moghaddam, Chahab Nastar, Alex P. Pentland, Bayesian Face Recognition using Deformable Intensity Surfaces, MIT Media Laboratory - Technical Report N° 371
- [Nastar94] Chahab Nastar, PhD Thesis: Modèles Physiques Déformables et Modes Vibratoires pour l'Analyse du Mouvement non-rigide dans les Images Multidimensionnelles, L'École Nationale des Ponts et Chaussées, 1994
- [Pentland89] Alex Pentland, Jonh Williams, Perception Of Non-Rigid Motion Inference of Shape, Material and Force, M.I.T. Media Laboratory - Technical Report N° 113, 1989
- [Pentland91] Alex Pentland, Stan Sclaroff, Closed-Form Solutions for Physically Based Shape Modeling and Recognition, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 13, N° 7, July 1991
- [Schalkoff89] Robert J. Schalkoff, *Digital Image Processing and Computer Vision*, John Wiley & Sons Inc., 1989
- [Schroeder96] Will Schroeder, Ken Martin, Bill Lorensen, *The Design and Implementation of an Object-Oriented Toolkit for 3D Graphics and Visualization*, Visualization '96
- [Schroeder98] Will Schroeder, Ken Martin, Bill Lorensen, *The Visualization Toolkit*, 2<sup>nd</sup> Edition, Prentice Hall, 1998
- [Schroeder99] Will Schroeder, Ken Martin, *The VTK User's Guide*, Kitware Inc., June 1999
- [Sclaroff95] Stanley Edward Sclaroff, PhD Thesis: Modal Matching: A Method for Describing, Comparing, and Manipulating Digital Signals, MIT, 1995
- [Sclaroff95a] Stan Sclaroff, Alex Pentland, Modal Matching for Correspondence and Recognition, MIT Media Laboratory - Technical Report N° 95-008, 1995
- [Shapiro91] Larry Shapiro, Report: Towards A Vision-Based Motion Framework, Robotics Research Group - Department of Engineering Science, Oxford University, May 25, 1991
- [Syn95] N. H-M. Syn, R. W. Prager, FEM Eigenmodes as Shape Features, Cambridge University Engineering Department - Technical Report N° 211, 1995
- [Syn95a] N. H-M. Syn, R. W. Prager, Bayesian Registration of Models using FEM Eigenmodes, Cambridge University Engineering Department - Technical Report N° 213, 1995
- [Tavares95] João Manuel R. S. Tavares, Tese de Mestrado: Obtenção de Estrutura Tridimensional a Partir de Movimento de Câmara, FEUP, 1995
- [Tavares97] João Manuel R. S. Tavares, Relatório Interno: Apresentação de uma Abordagem Modal para a Determinação da Correspondência entre Pixels de dois Contornos Não Rígidos, FEUP/INEB, 1997
- [Tavares97a] João Manuel R. S. Tavares, Relatório Interno: Estudo de Dois Modelos para Seguimento em Imagens de Pedobarografia, FEUP/INEB, 1997
- [Tavares97b] João Manuel R. S. Tavares, Relatório Interno: Apresentação de um Método para a Determinação da Transformação Rígida entre dois Contornos Constituídos por Pixels, FEUP/INEB, 1997
- [Tavares98] João Manuel R. S. Tavares, Relatório Interno: Apresentação de uma Abordagem Modal para a Determinação da Correspondência entre dois Objectos Não Rígidos Utilizando o Modelo Finito de Sclaroff, FEUP/INEB, 1998
- [Tavares98a] João Manuel R. S. Tavares, Relatório Interno: Introdução ao Método dos Elementos Finitos, FEUP/INEB, 1998
- [Tavares98b] João Manuel R. S. Tavares, Relatório Interno: Apresentação de uma Modelização por Elementos Finitos Lineares do Tipo Axial, FEUP/INEB, 1998